

8 Figuras planas

INTRODUCCIÓN

Las figuras planas y el cálculo de áreas son ya conocidos por los alumnos de cursos anteriores. Conviene, sin embargo, señalar la presencia de las figuras planas en distintos contextos reales y destacar la importancia de conocer sus propiedades y obtener fórmulas que permitan calcular su área de manera sencilla.

Se dedicará especial atención a los triángulos, porque son los polígonos más importantes, ya que cualquier polígono se puede dividir en triángulos. También se estudiará el teorema de Pitágoras y cómo aplicarlo en distintos contextos para resolver problemas.

Más tarde se calcularán áreas de paralelogramos, triángulos, polígonos, círculos y figuras circulares.

Conviene exponer algunos ejemplos reales donde se aplique el cálculo de áreas para poner de manifiesto la utilidad de las fórmulas de la unidad. Para ello, siempre que se resuelva una actividad, será conveniente situarla en un contexto real: parcelas para construcción, dimensiones de una vivienda, área de un cultivo, cantidad de material para construir un objeto...

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Las *medianas* son las rectas que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto a él. Se cortan en el *baricentro*.
- Las *mediatrices* son las rectas perpendiculares a cada lado por su punto medio. Se cortan en el *incentro*.
- Las *alturas* son las rectas perpendiculares a cada lado por el vértice opuesto. Se cortan en el *ortocentro*.
- Las *bisectrices* son las rectas que dividen cada ángulo en dos partes iguales. Se cortan en el *circuncentro*.
- *Teorema de Pitágoras*: en un triángulo rectángulo se cumple que: $a^2 = b^2 + c^2$.
- Se pueden hallar las *áreas* de:
 - Cuadriláteros.
 - Triángulos.
 - Polígonos.
 - Círculos.
 - Figuras circulares.

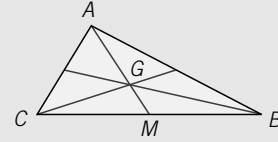
OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Determinar las rectas y puntos notables en triángulos.	<ul style="list-style-type: none"> • Rectas y puntos notables en un triángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinación gráfica de las rectas y puntos notables de un triángulo.
2. Conocer y aplicar el teorema de Pitágoras.	<ul style="list-style-type: none"> • Teorema de Pitágoras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas geométricos aplicando el teorema de Pitágoras. • Aplicación del teorema de Pitágoras en problemas de la vida cotidiana.
3. Calcular áreas de polígonos y figuras circulares.	<ul style="list-style-type: none"> • Áreas de cuadriláteros. • Áreas de polígonos regulares. • Áreas de polígonos cualesquiera. • Área del círculo, de un sector circular y de una corona circular. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo del área de paralelogramos y triángulos. • Cálculo del área de polígonos regulares. • Cálculo del área de polígonos por triangulación o descomponiéndolos en figuras de áreas conocidas. • Obtención del área del círculo, de un sector circular y de una corona circular.

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

MEDIANAS

La **mediana** es la recta que une cada uno de los vértices del triángulo con el punto medio del lado opuesto.

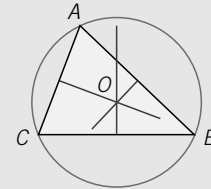
Las medianas se cortan en un punto que se llama **baricentro**.



MEDIATRICES

La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular al mismo que pasa por su punto medio.

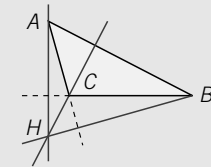
Las mediatrices se cortan en un punto que se llama **circuncentro**.



ALTURAS

La **altura** correspondiente al vértice de un triángulo es la recta perpendicular al lado opuesto que pasa por ese vértice.

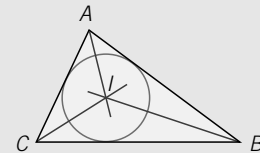
Las alturas se cortan en un punto que se llama **ortocentro**.



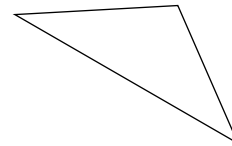
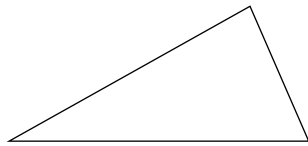
BISECTRICES

La **bisectriz** de un ángulo es la recta que pasa por su vértice y lo divide en dos partes iguales.

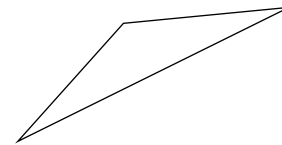
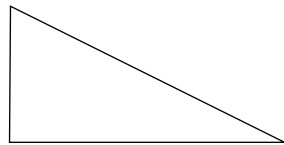
Las bisectrices se cortan en un punto llamado **incentro**.



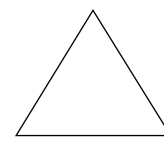
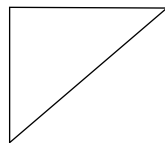
1 Dibuja las medianas y el baricentro de los siguientes triángulos.



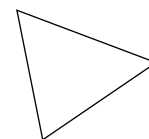
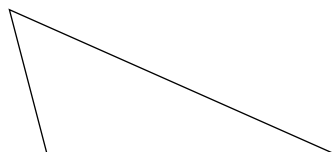
2 Dibuja las mediatrices y el circuncentro de los triángulos.



3 Dibuja las alturas y el ortocentro de los triángulos.

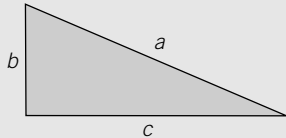


4 Dibuja las bisectrices y el incentro de los siguientes triángulos.



NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

En un triángulo rectángulo, el lado de mayor longitud, opuesto al ángulo recto, se llama hipotenusa, y los otros dos lados se denominan catetos.

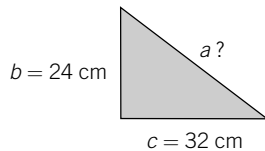


Hipotenusa → *a*
 Catetos → *b, c*

El **teorema de Pitágoras** expresa que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

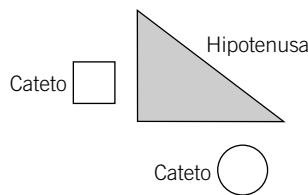
$$a^2 = b^2 + c^2$$

- 1** Calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 24 cm.



$$a^2 = b^2 + c^2 = \square^2 + \square^2$$

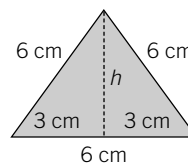
- 2** Halla la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus catetos se diferencian en 2 cm y el menor mide 6 cm.



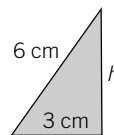
$$a^2 = \square + \bigcirc$$

- 3** Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 6 cm.

Para calcular el área tenemos que conocer la base, que en este caso mide 6 cm, y la altura, *h*, que hallamos con el teorema de Pitágoras.



Estudiamos este triángulo, que es rectángulo:



Aplicamos el teorema de Pitágoras y despejamos la altura, *h*:

$$6^2 = 3^2 + h^2 \rightarrow h = \square$$

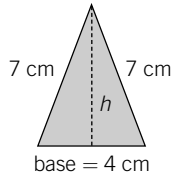
Calculamos el área aplicando la fórmula general: Área = $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

Área =

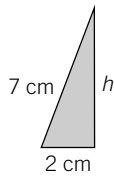
8

- 4 En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 7 cm y el otro lado mide 4 cm. Calcula su área.

Tomamos el lado desigual como base, $b = 4$ cm, y calculamos la altura, h , utilizando el teorema de Pitágoras.



Considerando esta parte del triángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras y despejamos h .



$$7^2 = 2^2 + h^2$$

$$h = \square$$

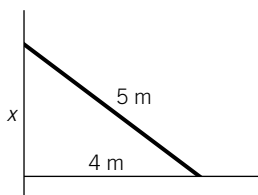
Calculamos el área aplicando la fórmula general: Área = $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

Área =

- 5 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y uno de los catetos mide 7,5 cm. Calcula la longitud del otro cateto.

- 6 El área de un triángulo rectángulo es 12 cm^2 y uno de los catetos mide 6 cm. Halla la longitud de la hipotenusa.

- 7 Una escalera de 5 metros de largo está apoyada en una pared, estando situada la base a 4 metros de la misma. ¿A qué altura llega la escalera?



NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

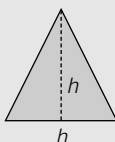
ÁREAS DE CUADRILÁTEROS

Área del cuadrado



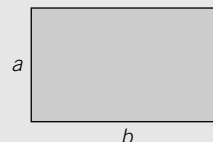
$$A = l \cdot l$$

Área del triángulo



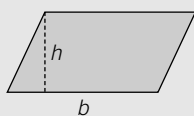
$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Área del rectángulo



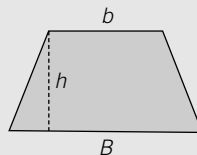
$$A = b \cdot a$$

Área del paralelogramo



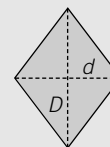
$$A = b \cdot h$$

Área del trapecio



$$A = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h$$

Área del rombo



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

1 Calcula el área de los siguientes polígonos.

- Trapezio de bases 12 cm y 8 cm y altura 5 cm.
- Rombo de diagonales 12 cm y 9 cm.
- Rombo de diagonal mayor 8 cm y lado 5 cm.

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

- Un **polígono** es **regular** cuando sus lados tienen la misma longitud y sus ángulos son iguales.
- El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto del perímetro por la apotema:

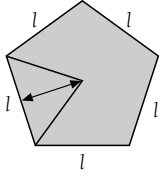
$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

ÁREA DE UN POLÍGONO CUALQUIERA

Si el polígono cuya área queremos calcular no es regular, la fórmula anterior no nos sirve. Su área se puede hallar descomponiéndolo en triángulos o figuras de áreas conocidas, calculando el área de cada una de esas figuras y sumando las áreas resultantes.

EJEMPLO

Calcula el área del siguiente pentágono regular.

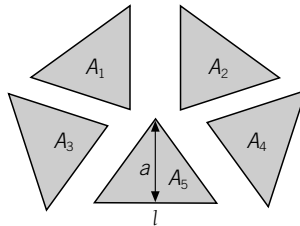
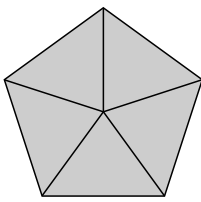


Lado: l

Perímetro: $P = l + l + l + l + l = 5l$

Apotema: a

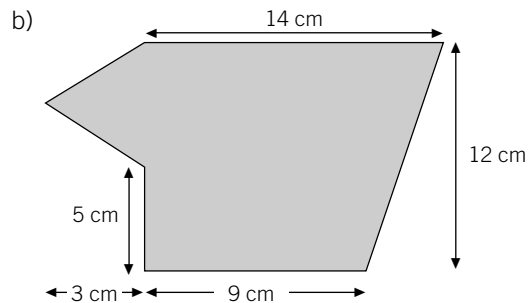
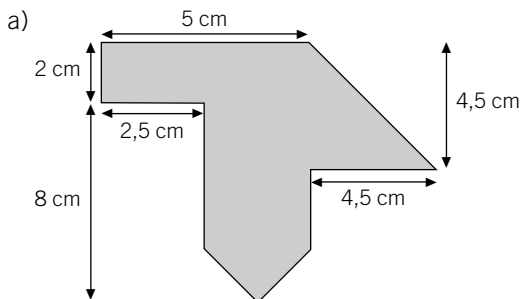
Vemos que son cinco triángulos iguales: Área = $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{l \cdot a}{2}$



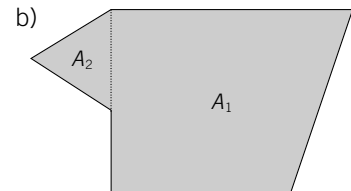
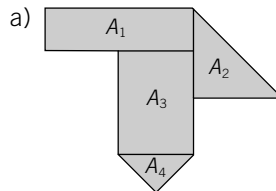
Área del pentágono = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$

Área del pentágono = $\frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} = \frac{5l \cdot a}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$

2 Calcula el área de las siguientes figuras.



Lo primero que tenemos que hacer es dividir la superficie en polígonos de los que sepamos calcular su área.

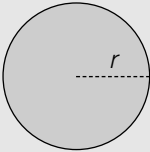


Calculamos el área total:

a) $\left. \begin{array}{l} A_1 = \boxed{} \\ A_2 = \boxed{} \\ A_3 = \boxed{} \\ A_4 = \boxed{} \end{array} \right\} \rightarrow A =$

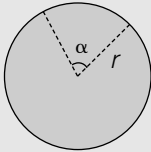
b) $\left. \begin{array}{l} A_1 = \boxed{} \\ A_2 = \boxed{} \end{array} \right\} \rightarrow A =$

Área del círculo



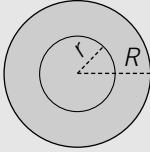
$$A = \pi \cdot r^2$$

Área del sector circular



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

Área de la corona circular



$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

- 3 Obtén el área de un círculo cuyo diámetro mide igual que el perímetro de un cuadrado de lado 7 cm.
- 4 Determina el área de un sector circular de amplitud un ángulo recto y cuyo radio es 10 cm.
- 5 Halla el área de una corona circular limitada por dos circunferencias de radios 2 cm y 1 cm.

6 Calcula el área de las siguientes figuras.

